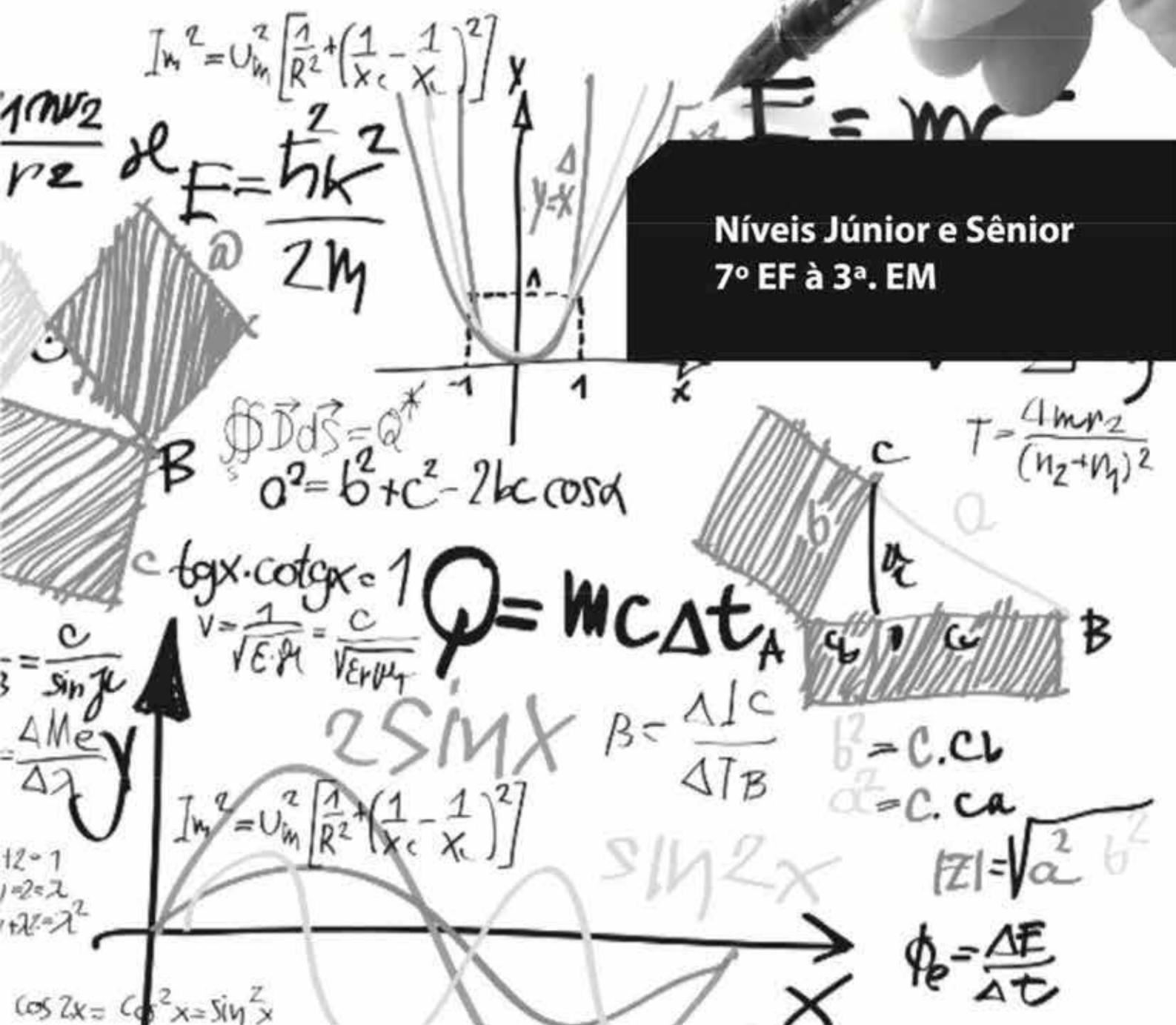


# Caderno de Questões

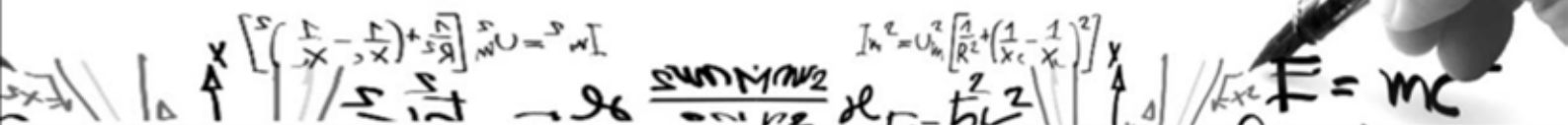
# 2019

Mathématiques  
SANS  
Frontières

Níveis Júnior e Sênior  
7º EF à 3ª. EM



Qualquer tentativa gera alguma pontuação.  
A organização das resoluções será levada em conta.  
Responda cada questão em apenas uma folha.



**Questão 1<sup>2</sup>**

Língua estrangeira

7 PONTOS

**A solução deve ser redigida em alemão, espanhol, francês ou inglês.**

Trois boîtes opaques A, B et C sont côte à côte. On sait qu'une boîte contient 2 billets de 10 € ; une deuxième boîte 2 billets de 20 € et la troisième boîte 1 billet de 10 € et 1 billet de 20 €. Devant chaque boîte était posée une étiquette indiquant le montant contenu dans la boîte. Un petit chenapan a mélangé les étiquettes. Maintenant aucune étiquette ne correspond au contenu.

**Expliquer comment, en ne tirant qu'un billet dans une boîte bien choisie, on peut en déduire le contenu de chaque boîte.**

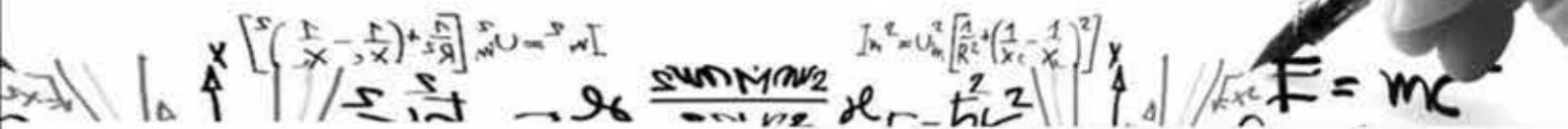
Drei nicht durchsichtige Schachteln A, B und C stehen nebeneinander. Man weiß, dass in einer Schachtel zwei 10€ - Scheine liegen, in einer zwei 20€ - Scheine und in einer ein 10€ - und ein 20€ - Schein. Vor jeder Schachtel stand ein Schild mit dem Geldbetrag, den sie enthält. Aber ein kleiner Schelm hat die Schilder vertauscht. Jetzt passt kein Schild mehr zum Inhalt der Schachtel, vor der es steht.

**Erklärt, wie man den Inhalt aller drei Schachteln herausfinden kann, indem man nur einen Geldschein aus nur einer gut gewählten Schachtel herauszieht.**

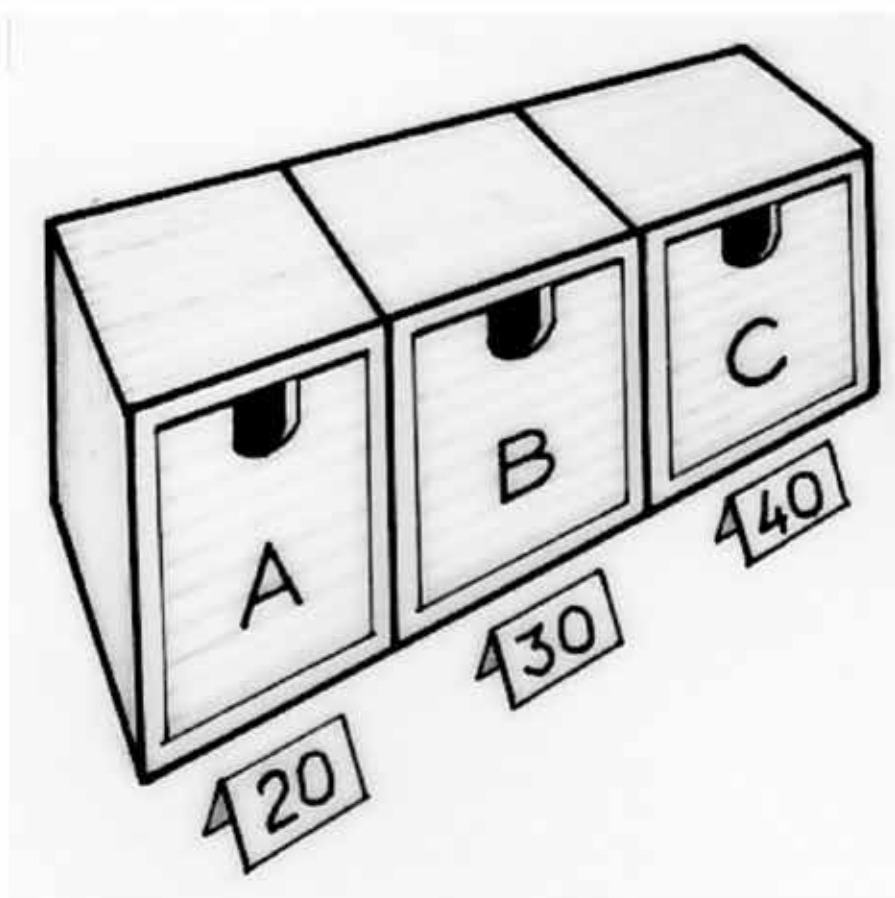
Three opaque boxes marked A, B and C are placed side by side. It is known that one box contains two €10 notes, a second contains two €20 notes, and the third box contains one €10 note and one €20 note. A label is placed in front of each box showing how much the box contains. A little rascal shuffles the labels so that they no longer correspond to the amounts in the boxes.

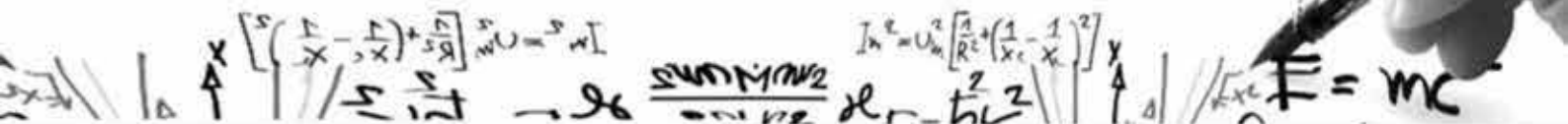
**Explain how, by only taking a single note from a chosen box, you can deduce the amounts in each box.**

Tres cajas opacas, A, B y C están una junta a la otra. Sabemos que una caja contiene 2 billetes de 10 €; una segunda caja 2 billetes de 20 € y la tercera caja 1 billete de 10 € y un billete de 20 €. Delante de cada caja había una etiqueta con el importe de la caja. Un niño travieso ha mezclado todas las etiquetas. Ahora ninguna etiqueta se corresponde con el contenido.



Explica cómo, sacando un solo billete de una caja bien elegida, se puede deducir el contenido de cada caja.





**Questão 2<sup>3</sup>**

Feliz Aniversário

5 PONTOS

Na comemoração dos 30 anos do MSF, os organizadores querem colaborar com o meio ambiente e reciclar latas. Para fazer isso, eles fazem um acordo onde uma lata grátis de refrigerante é recebida a cada 5 devolvidas. O preço de cada lata é de € 2 (2 euros).

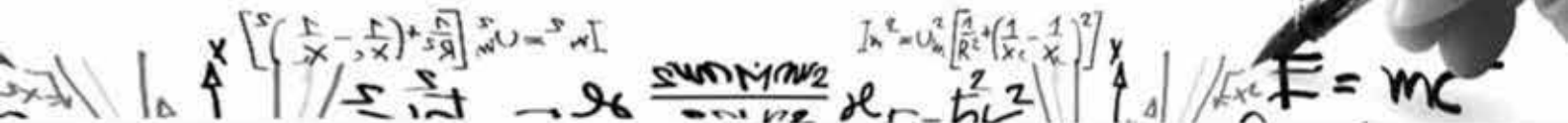
Durante a comemoração, um grupo de amigos consome 63 latas. Eles devolveram todas as suas latas vazias durante a festa.

**Calcule quanto o grupo de amigos gastou em bebidas durante a festa.**

**Nas mesmas condições, outro grupo de amigos gastou € 200 em bebidas.**

**Quantas latas de suco eles consumiram? Justifique sua resposta.**





**Questão 3**

Rolando o prisma

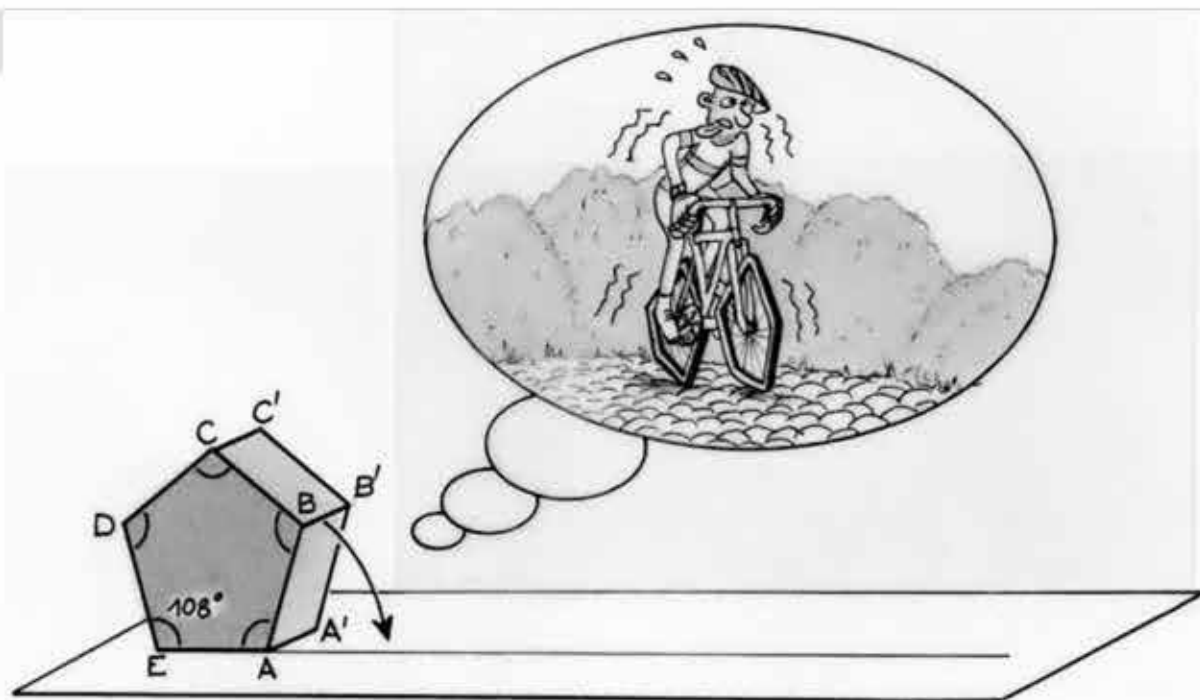
7 PONTOS

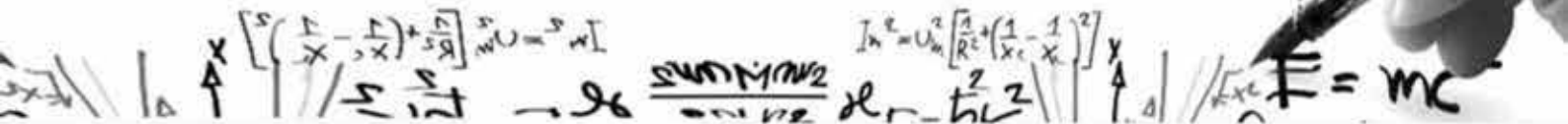
Uma caixa em forma de prisma cujas bases são pentágonos regulares “rola” sobre uma superfície plana da seguinte maneira: ela vira sobre a aresta AA' até a aresta BB' tocar a superfície e assim por diante como ilustra a figura abaixo.

**Desenhe o pentágono ABCDE com uma margem de 4cm.**

**Desenhe o segmento de linha EA.**

**Desenhe a trajetória descrita pelo ponto B à medida que a caixa vai rolando até o ponto A tocar novamente a superfície.**





**Questão 4**

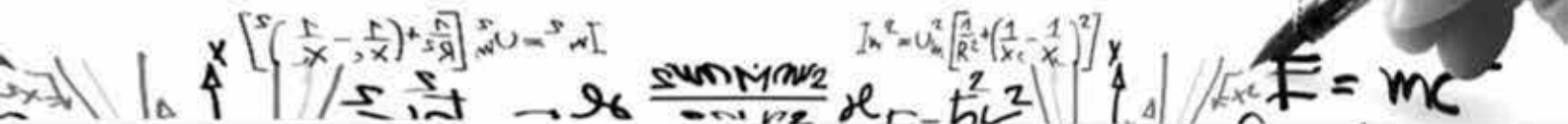
Camadas de cubos

5 PONTOS

Samuel está brincando com cubos de madeira idênticos. Ele os empilha formando um paralelepípedo retângulo sem espaços internos. Ele decide tirar os 91 cubos que formam a camada superior e depois os 77 cubos que formam uma das faces laterais. Finalmente, ele remove todos os cubos que formam a face traseira.

**Determine o número de cubos restantes.**





**Questão 5<sup>8</sup>**

Tomates orgânicos

Jacqueline cultiva lavouras orgânicas. Para tratar suas plantas, ela prepara um extrato de urtiga em um recipiente e, em outro recipiente, um extrato de cavalinha.

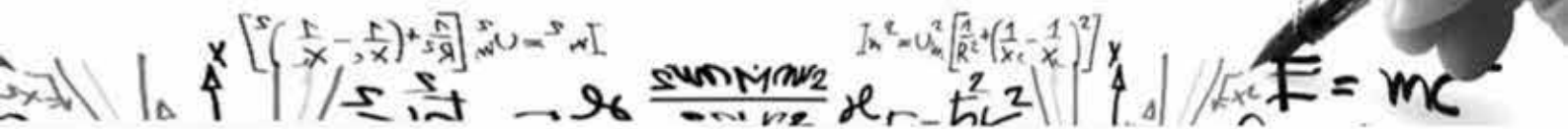
Para tratar seus tomates, ela requer uma mistura de 5L do extrato de urtiga e 1L do extrato de cavalinha, para dar 6L da substância necessária. Apenas duas latas vazias estão disponíveis para fazer isso - uma lata de 3L e uma lata de 10L.



7 PONTOS

**Explique como Jacqueline pode usar as latas vazias para criar a mistura de 6 litros de que ela precisa.**





**Questão 6<sup>9</sup>**

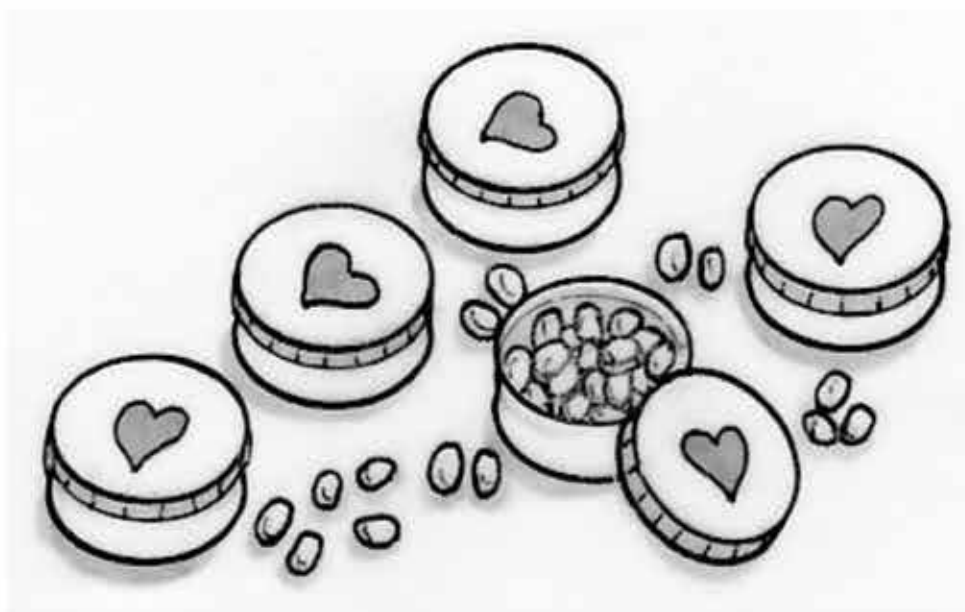
After eight

Eu distribuí 100 bombons em 5 caixas.

O número de bombons em cada caixa contém o algarismo 8.

Apenas duas caixas têm a mesma quantidade de bombons.

**Quantos bombons há em cada caixa?**



5 PONTOS





**Questão 7<sup>a</sup>**

Fila de números

Se escrevermos os números inteiros positivos em ordem crescente, sem excluir número algum, obtemos 012345678910111213141516...

Para determinar a posição de um número, conta-se quantos dígitos foram escritos antes que esse número apareça pela primeira vez na lista.



Por exemplo, a posição do número 7 é 7; a posição do 23 é 2 e a posição de 111 é 12.

**Determine a posição dos seguintes números: 171, 321 e 2019.**

**Justifique sua resposta.**

7 PONTOS



**Questão 8<sup>5</sup>**

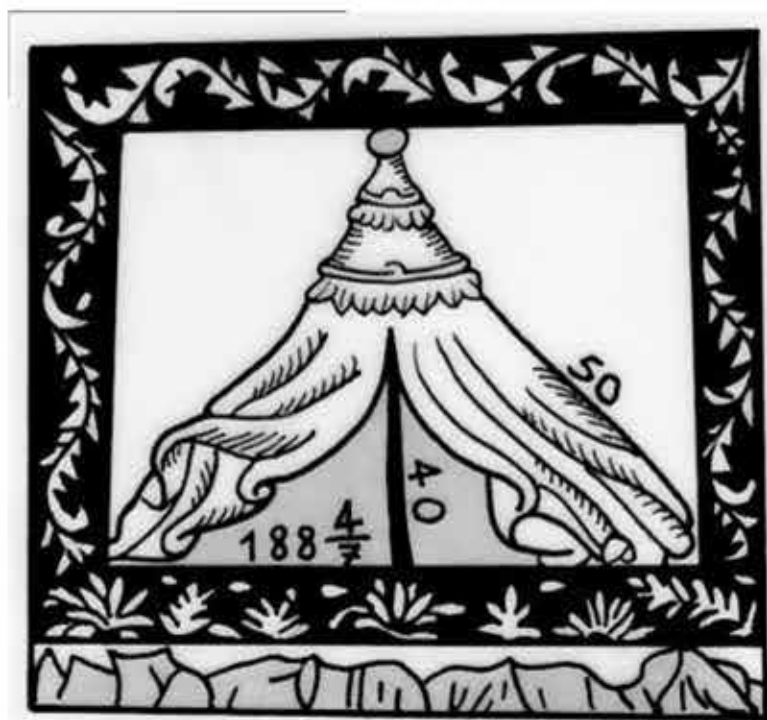
Tref medieval

Em um artigo matemático publicado em 1492 intitulado “Lo Compension del Abaco”, Elise encontrou uma gravura representando uma tenda. A tenda tem a forma de uma cônica chamada “tref” e é apoiada no centro por um mastro. A tenda destina-se a abrigar um nobre.

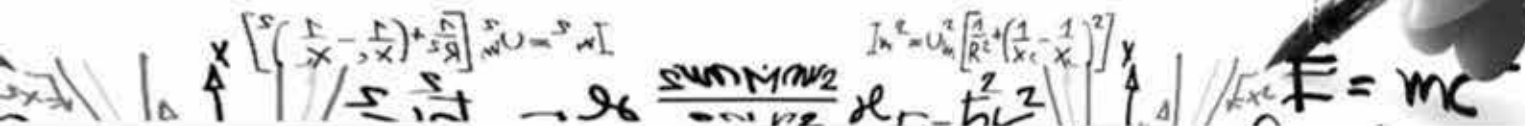
Da gravura, Elise entende que 40 representa a altura do mastro que suporta a tenda, 50 é o comprimento do topo do mastro até o chão quando a tenda é esticada.

Ela sabe que  $188 \frac{4}{7}$  significa  $188 + \frac{4}{7}$ .

**Explique o que significa  $188 \frac{4}{7}$ .**



5 PONTOS



**Questão 9<sup>6</sup>**

Quadratum

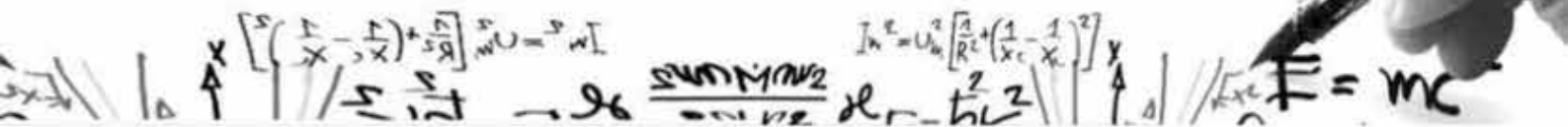
Galo-Romanos (romanos que viviam na região da Gália – atual França\*) tinham o hábito de confeccionar ladrilhos quadrados com padrões especiais. Para criar esses ladrilhos quadrados com lados medindo 70cm, eles usavam 5 tipos de peças, a saber:

- 4 quadrados cada com lado medindo 25cm;
- 4 triângulos (não isósceles), cada um com uma hipotenusa medindo 25cm;
- 2 triângulos isósceles com os lados iguais medindo 25 cm;
- mais 2 triângulos isósceles com os lados iguais, cada um com 25 cm de comprimento também;
- 1 losango (não quadrado) com 25cm de lado.

**Usando uma escala de 1:5 desenhe um quadrado mostrando como essas 13 peças podem ser colocadas juntas. Pinte seu quadrado.**



5 PONTOS



**Questão 10**

Tetra-ordinário

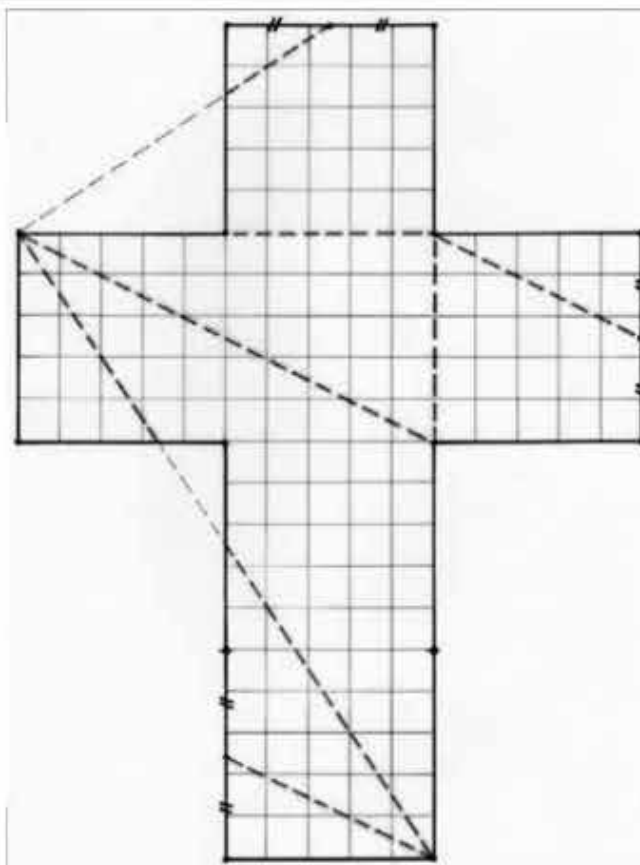
10 PONTOS

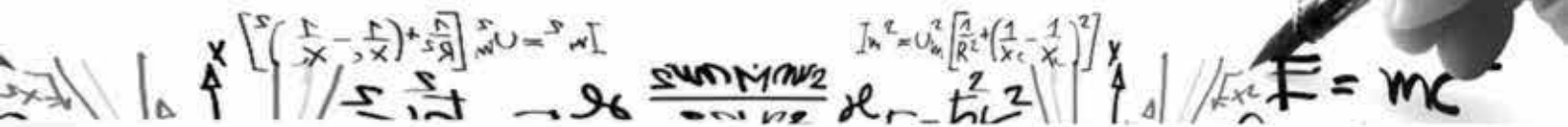
Veja como você pode obter um tetraedro a partir de um cubo. A partir da imagem abaixo:

- Desenhe em outra folha a figura correspondente a um cubo (“aberto”) com arestas de 5cm;
- Desenhe os segmentos pontilhados conforme mostrado;
- Recorte esta rede;
- Dobre ao longo dos segmentos pontilhados;
- Ajuste as dobras para montar o tetraedro.

**Cole a figura que você obteve na folha de respostas, colorindo cada face do tetraedro com a mesma cor.**

**Calcule a área de cada face do tetraedro.**





**Questão 11**

Subindo com pressa!

Apenas para Ensino Médio

Ao observar pessoas usando uma escada rolante, alguns escalam degraus para ganhar tempo.

Jean, que sobe 20 degraus, leva 10 segundos para chegar ao topo da escada.

Delphine, que sobe 16 degraus, leva 12 segundos para chegar ao topo.

**Quantos degraus visíveis esta escada rolante tem?**

**Justifique sua resposta.**

5 PONTOS



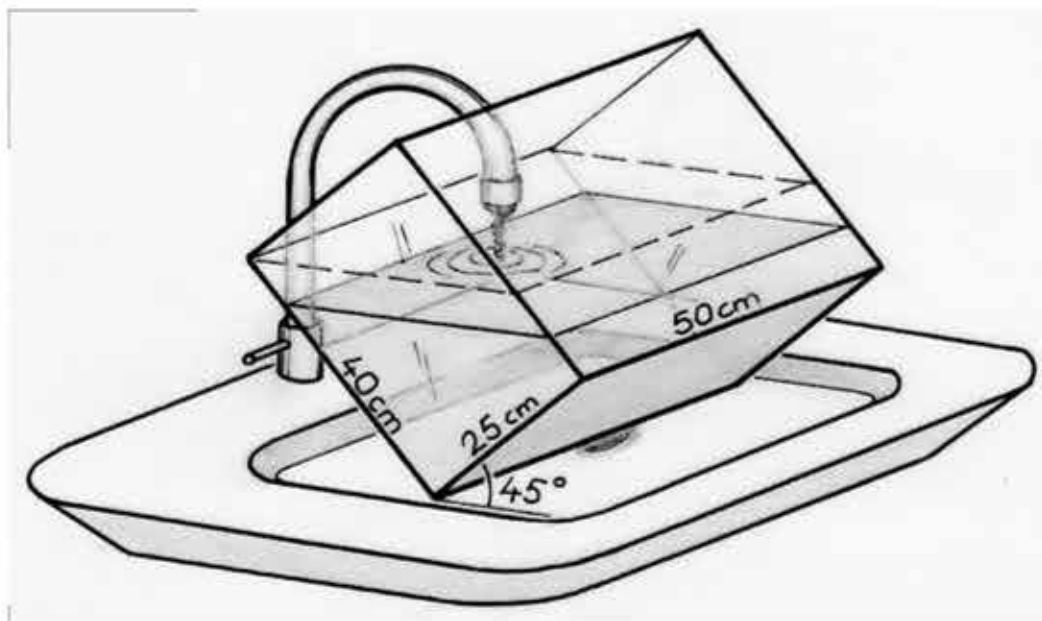


**Questão 12**

Aquário

Apenas para Ensino Médio

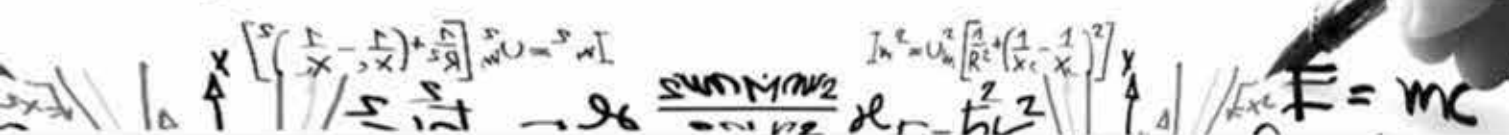
7 PONTOS



O aquário de Noé é um paralelepípedo retangular com dimensões 50cm x 25cm x 40cm.

Ele quer encher o aquário com água da torneira, mas a localização da torneira obriga-o a inclinar o aquário de um ângulo de  $45^\circ$ . A água flui até a borda do aquário.

**Calcule a altura máxima da água no aquário.**



Questão 13

Quadrilat-área

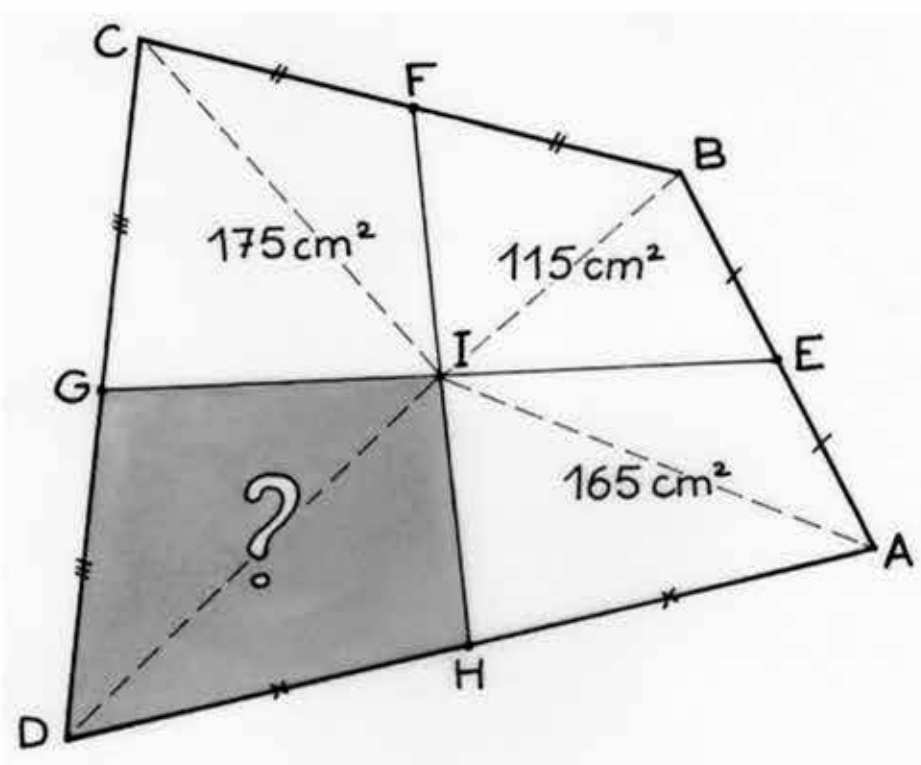
Apenas para Ensino Médio

Um quadrilátero ABCD é dividido em 4 partes por dois segmentos de reta que une os pontos E, F, G e H, que são os pontos médios dos seus lados, como mostra a figura.

A área do quadrilátero IHAE é  $165\text{cm}^2$ ; a área do quadrilátero IEBF é  $115\text{cm}^2$ , e a área do quadrilátero IFCG é  $175\text{cm}^2$ .

Qual é a área do quadrilátero IGDH?

Justifique sua resposta.



10 PONTOS