



Caderno de Questões

2017

Prova para Níveis Júnior e Sênior – 7º EF à 3ª. EM

Qualquer tentativa gera alguma pontuação.

A organização das resoluções será levada em conta.

Responda cada questão em apenas uma folha.



Questão 1

Língua Estrangeira

7 PONTOS

Questão em língua estrangeira. Deve ser respondida em Alemão, Espanhol, Francês ou Inglês.

Dans une salle de réunion, il y a neuf rangées ayant le même nombre de chaises. Pour la première conférence, tous les participants sont là et la salle est pleine aux deux tiers. Pour la deuxième conférence, seuls trois quarts des participants se sont inscrits. Pour éviter trop de places vides, les organisateurs veulent enlever des rangées complètes de chaises. **Combien faut-il prévoir de rangées complètes pour la deuxième conférence ? Justifier.**

In einem Konferenzraum befinden sich neun Stuhlreihen. Jede Reihe besteht aus derselben Anzahl von Stühlen. Bei der ersten Konferenz sind alle angemeldeten Teilnehmer anwesend, aber nur zwei Drittel der Stühle sind besetzt. Für die zweite Konferenz haben sich nur drei Viertel der Teilnehmer angemeldet. Damit nicht zu viele Stühle leer bleiben, wollen die Veranstalter ganze Stuhlreihen aus dem Saal entfernen. **Wie viele ganze Stuhlreihen müssen im Saal bleiben, damit bei der zweiten Konferenz jeder angemeldete Teilnehmer einen Sitzplatz hat? Begründet eure Antwort.**

En una sala de reunión, hay nueve filas con el mismo número de sillas. Para la primera conferencia, están todos los participantes y la sala está llena en sus dos terceras partes. Para la segunda conferencia, sólo las tres cuartas partes de los participantes se han inscrito. Para evitar que haya demasiados sitios vacíos, los organizadores quieren quitar filas completas de sillas. **¿Con cuántas filas completas hay que contar para la segunda conferencia? Justifica la respuesta.**

The meeting room for a conference has been set out with nine rows of chairs. There is the same number of chairs in each row. For the first session all of the conference delegates are there and the room is two-thirds full. For the second session only three quarters of the delegates have signed up to attend. To avoid having too many empty seats the conference organisers want to remove some chairs. They will remove complete rows of chairs.

How many complete rows of chairs should they remove and still be sure that every delegate who attends has a seat? Justify your answer.



Questão 2 *Shikaku*

5 PONTOS

Nicole gosta de um jogo japonês chamado *shikaku*.

Para jogar você precisa preencher completamente um quadrado reticulado com retângulos.

No quadrado reticulado abaixo o número de quadrados que cada retângulo cobre está escrito em algum lugar dentro de cada retângulo correspondente.

Seguindo os números indicados e pintando os quadrados do reticulado conforme a regra do jogo, desenhe os retângulos em seu caderno de respostas.

			2		4			3	
	8				5			2	
							11		
9		2	4			9		10	
		3		16					5
	15					5			
			28					3	
							1		
							2		
3									8
11									



Questão 3 *Muitas voltas!*

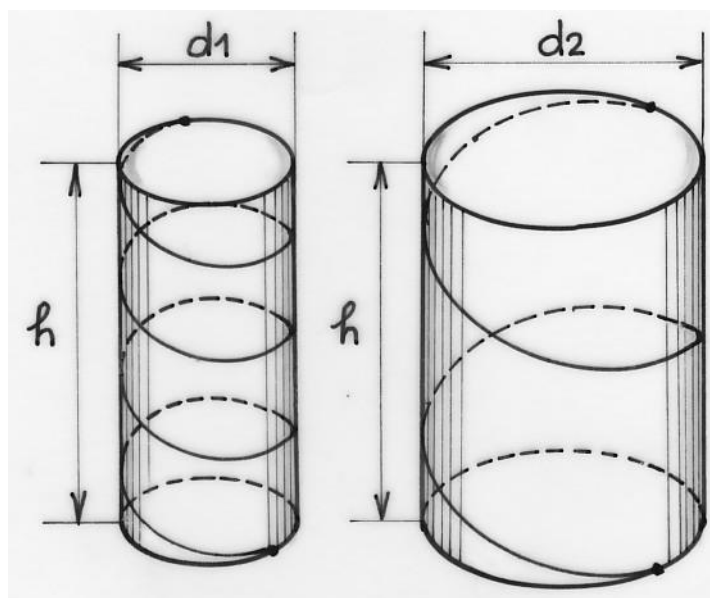
7 PONTOS

Duas fitas são enroladas em torno de duas colunas cilíndricas.

As colunas têm a mesma altura mas diferentes diâmetros.

As duas fitas vão da base até o topo da coluna e sempre formam o mesmo ângulo em relação à base.

Qual fita é mais comprida? Justifique com cálculos numéricos sua resposta.



2017

Questão 4 *A Sagrada Família*

5 PONTOS

Na entrada do famoso templo *A Sagrada Família* de Barcelona, há uma grade quadrada preenchida com 16 números, como se fosse um quadrado mágico. É possível se dividir os 16 números em até 4 grupos de 4 números de maneira que a soma dos mesmos seja igual a 33. Há inúmeras maneiras de se fazer isso.

**Encontre cinco diferentes maneiras de organizar os números em grupos de 4.
Faça cinco diagramas e pinte cada grupo com diferentes cores em seu caderno de respostas.**



1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15



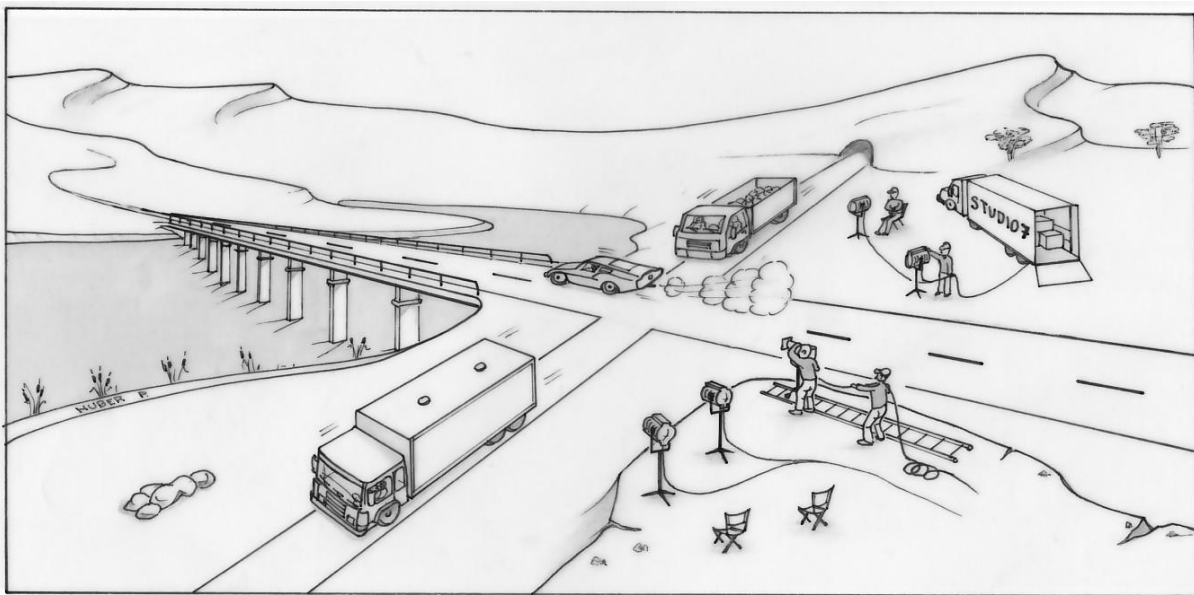
Questão 5 Perseguição

7 PONTOS

Durante uma cena de perseguição num filme o carro precisa passar entre dois caminhões. Os dois caminhões estão se movimentando a uma velocidade constante de 90 km/h na mesma direção, em linha reta e um atrás do outro. Estão separados por uma distância de 20m e cada caminhão tem 2,5m de largura.

O carro se desloca a uma velocidade constante numa estrada perpendicular à direção dos caminhões. O carro tem 4,7m de comprimento e 2m de largura.

Calcule a velocidade mínima do carro nessa cena para que consiga passar entre os caminhões sem provocar um acidente.



2017

Questão 6

A lista de Simão

5 PONTOS

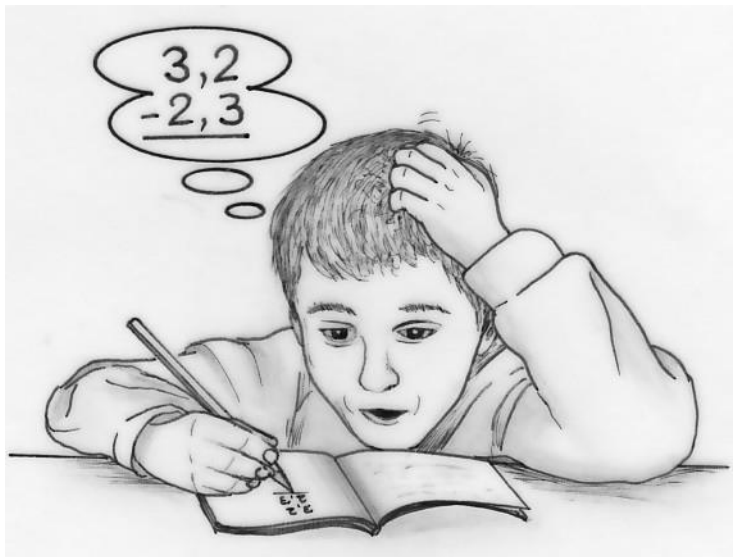
Simão escreve uma lista de números. O primeiro número é 3,2. Para se descobrir o próximo número, ele utiliza a seguinte regra :

*Troque o número inteiro pela parte decimal (exemplo: 3,2 se torna 2,3),
e então subtraia o menor do maior ($3,2 - 2,3 = 0,9$)*

*Obtido o número novo (0,9) ele aplica a regra novamente, obtendo o número seguinte de sua lista.
Os três primeiros números de sua lista são : 3,2 / 0,9 / 8,1*

Encontre o 38º número da lista de Simão.

***Proponha um novo método para se descobrir qualquer número da lista sem precisar calcular todos.
Utilize seu método para determinar o 2017º número.***



2017

Questão 7 *Cuboctaedro*

7 PONTOS

Sobre cada uma das faces de um cubo de aresta c , desenha-se um quadrado unindo-se os pontos médios das arestas do cubo como mostra a ilustração. As linhas desenhadas formam oito pirâmides a partir de cada vértice do cubo. Se “recortarmos” as oito pirâmides do cubo, obteremos um poliedro convexo denominado: **CUBOCTAEDRO**

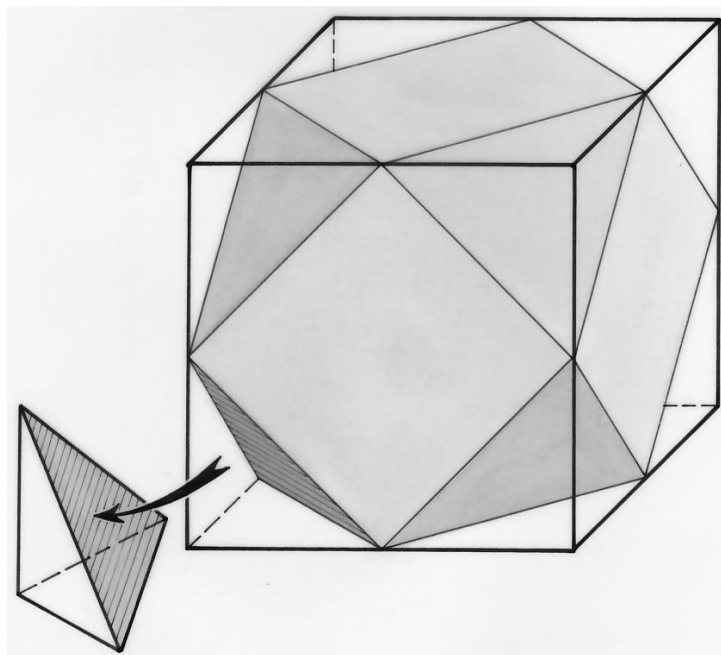
Para cada poliedro convexo os matemáticos Euler e Descartes, provaram a seguinte relação:

$$V - E + F = 2$$

Onde V é o número de vértices, E é o número de arestas e F é o número de faces.

Mostre que a relação é válida para este cuboctaedro.

Expresse o volume do novo sólido em termos da medida da aresta c .



Pesquise depois:

Leonhard Euler (15 Abril 1707 – 18 Setembro 1783), suíço

René Descartes (31 Março 1596 – 11 Fevereiro 1650), francês



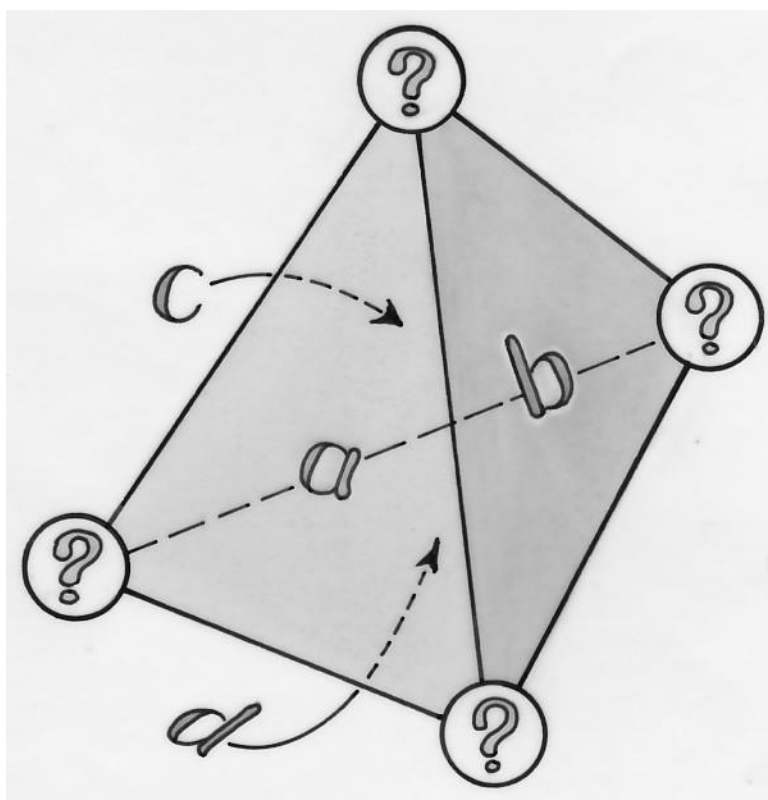
2017

Questão 8 *Números ocultos*

5 PONTOS

Sobre as quatro faces de um tetraedro, são escritos diferentes números inteiros.
Em cada vértice se encontra um número, o qual é igual ao produto dos três números escritos nas faces que tocam o vértice.
O produto dos 4 números dos vértices é igual a 27.000.

Descubra os quatro números escritos sobre as faces do tetraedro. Justifique sua resposta.



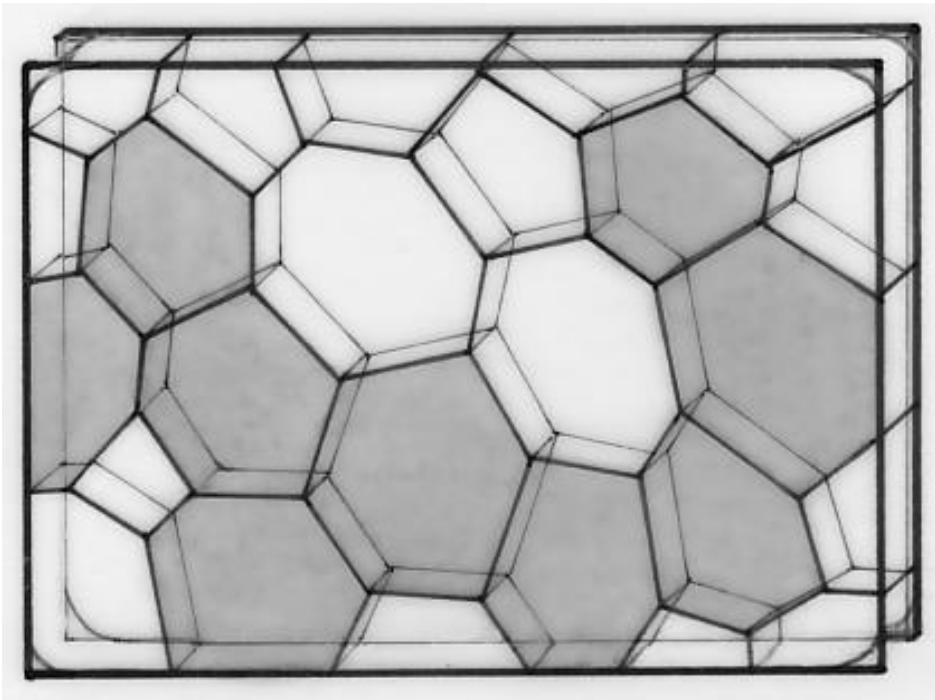
Questão 9 *Bolhas de sabão*

7 PONTOS

Soluções de bolhas de sabão presas entre duas placas planas e paralelas geralmente formam hexágonos convexos.

Construa um hexágono que tenha:

- *todos os seus ângulos internos iguais a 120°*
- *lados de comprimento: 2, 4, 6, 8, 10 e 12 centímetros*



2017

Questão 10 *Viva Tales!*

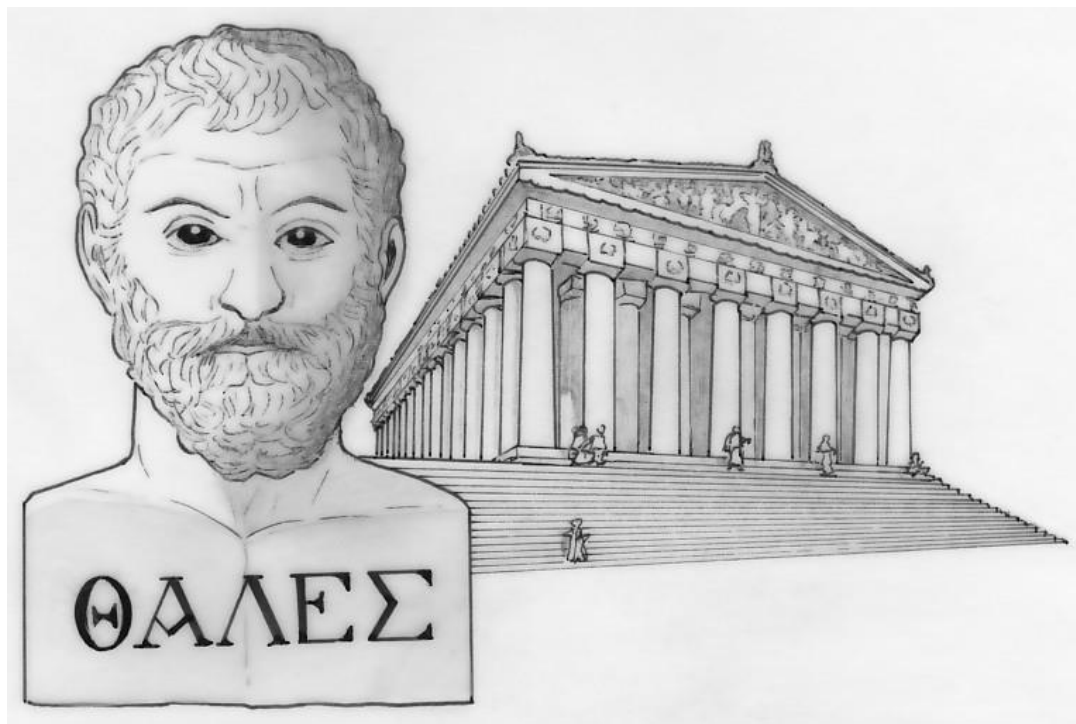
10 PONTOS

Desenhe um triângulo isósceles ABD de maneira que $AB = AD = 1$.
Marque um ponto C sobre a linha AB. Não coloque C sobre os vértices A ou B.
Trace o segmento CD.

Trace uma reta pelo ponto B, paralela a CD, que intersecta a reta AD no ponto E.

Mostre que $AE = \frac{1}{AC}$.

Sobre uma nova figura usando o mesmo triângulo ABD e um ponto C, obtenha uma construção de modo que $AF = AC^2$. Justifique sua resposta.



Tales de Mileto foi o primeiro a compreender as propriedades dos triângulos semelhantes.



2017

Questão 11 *Cara ou coroa*

Apenas para o Ensino Médio

Pierre e Marie estão brincando de cara e coroa com uma moeda. No início cada um possui cinco pirulitos.

Se dá cara, Marie dá um pirulito para Pierre.

Se dá coroa, Pierre dá um pirulito para Marie.

Eles jogam a moeda 4 vezes cada um, um após o outro.

***Qual a probabilidade de Marie terminar o jogo com mais pirulitos que Pierre?
Justifique sua resposta.***



5 PONTOS



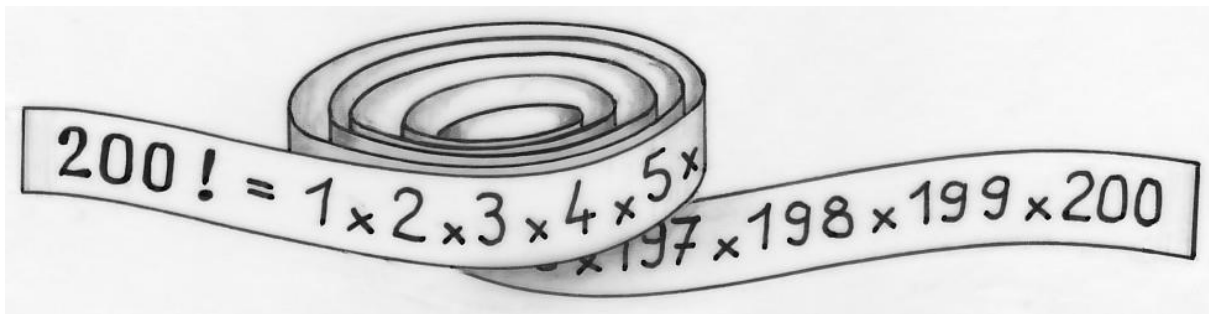
2017

Questão 12 *Fatorial*

Apenas para o Ensino Médio

Quantos zeros tem o número resultante do produto de todos os números inteiros de 1 até 200?

Explique a sua resposta.



Esse produto especial é escrito como 200!
Realmente é utilizado um ponto de exclamação! Lê-se 200 fatorial.

7 PONTOS



2017

Questão 13 *Decibel*

10 PONTOS

Apenas para o Ensino Médio

O decibel, dB, é a unidade de medida de volume ou altura do som.

O volume do som de um smartphone tocando é equivalente a 60 dB.

Quando dois smartphones idênticos tocam ao mesmo tempo o volume total medido é igual a 63 dB, isto é, 3 dB a mais.

A cada vez que o número de smartphones dobra o volume aumenta de 3 dB. Portanto, quatro smartphones tocando ao mesmo tempo produziram um volume de som igual a $63 + 3 = 66$ dB.

Quantos smartphones tocando ao mesmo tempo seriam necessários para gerar um volume igual ao som de um avião decolando? O som de um avião decolando é igual a 120 dB.

Justifique sua resposta.

