

Gabaritos 2019

Mathématiques
SANS
Frontières

$I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{x_c} - \frac{1}{x_i} \right)^2 \right]$

$E = \frac{\hbar k^2}{2m}$

$F = mc^2$

$\oint B dx = \mu_0 \sum I_j$

$T = \frac{4\pi^2 m r^2}{(n_2 + n_1)^2}$

$B \cdot \oint dS = Q$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

$c \cdot \tan x \cdot \cot x = 1$

$v = \frac{1}{\sqrt{E \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$

$Q = Mc$

$\text{PROVA - JUNIOR E SÊNIOR}$

$I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{x_c} - \frac{1}{x_i} \right)^2 \right]$

$\sin 2x$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\beta = \frac{\Delta T_B}{\Delta T_B}$

$\beta = C_{Ca} / C_{Cb}$

$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

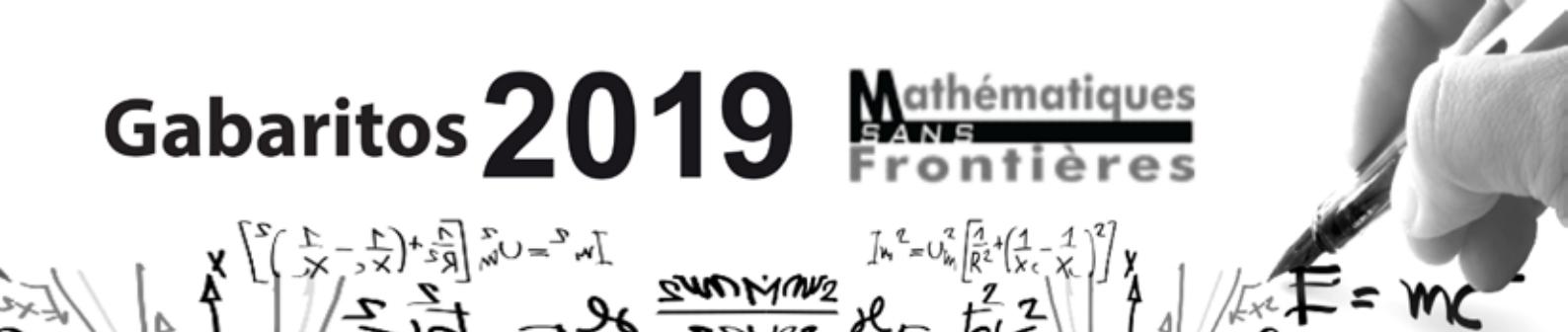
$\phi_e = \frac{\Delta F}{\Delta T}$



Rede
POC
Rede do Programa de Olímpiadas do Conhecimento
www.matematicasemfronteiras.org



ACADEMIE
DE STRASBOURG



Questão 1²

Língua Estrangeira

Nenhum rótulo corresponde ao conteúdo. Portanto, a caixa B não contém 30 €, mas 20 € ou 40 €, ou seja, dois bilhetes de 10 € ou dois bilhetes de 20 €.

Então pegamos um ticket da caixa B.

- Se for um bilhete de 10 €, deduzimos do que precede que esta caixa B contém 20 €. O rótulo na frente da caixa C indica 40 €. Esta caixa não contém 40 €, mas 30 €, e a caixa A contém 40 €.
- Se for um bilhete de 20 €, deduzimos que esta caixa B contém 40 €. Como o rótulo em frente à caixa A indica 20 €, a caixa A contém 30 € e a caixa C contém 20 €.

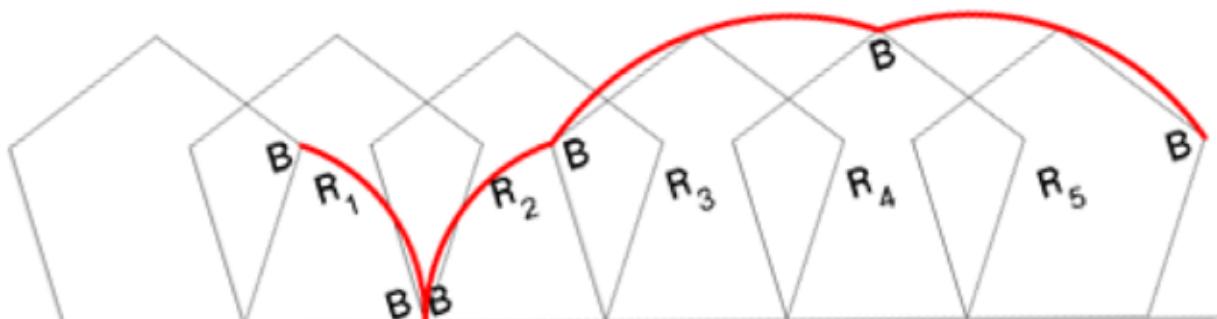
Questão 2³

Feliz Aniversário

- A despesa total do primeiro grupo é de 102 euros.
- O segundo grupo bebeu 124 latas.

Questão 3³

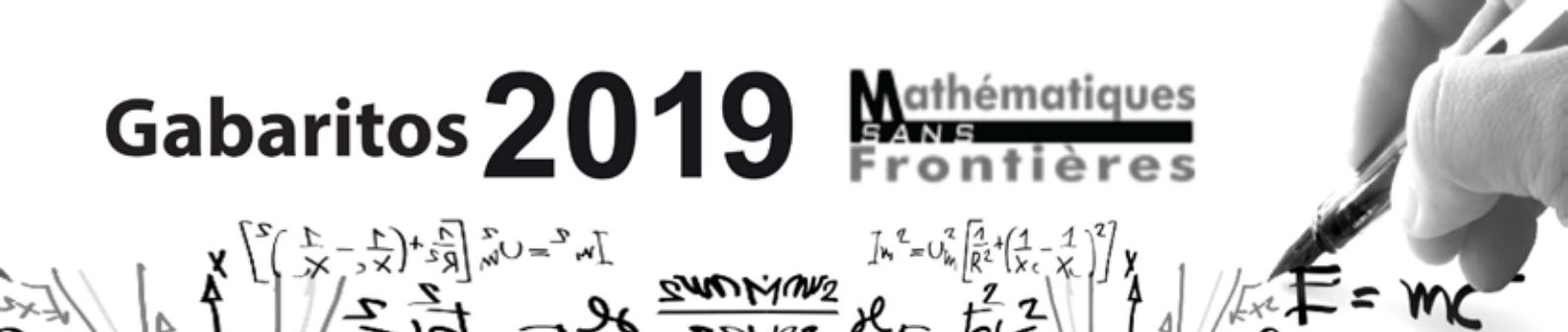
Rolando o prisma



Questão 4³

Camadas de cubos

O número de cubos restantes é 792.



Questão 5⁴

Tomates orgânicos

Jacqueline coloca 10 L da mistura de cavalinha na lata de 10 L.

Usando o recipiente de 3 L, ela coloca 9 L de volta ao recipiente de cavalinha.

Resta 1 litro da mistura de cavalinha na lata de 10 litros, que é despejada na lata de 3 litros.

Ela enche esta lata, adicionando 2 L da mistura de urtiga e despeja esta mistura no na de 10 L.

Finalmente ela adiciona 3 L de urtiga na lata para obter 6 L da mistura desejada.

Questão 6⁷

After Eight

O número de doces em cada caixa é : 8 - 8 - 18 - 28 - 38.

Questão 7⁷

Fila de números

• O número 171 aparece na primeira vez escrevendo 17 e depois 18.

O número de dígitos escritos de 0 a 16 deve ser determinado:

0 a 9: 10 dígitos; de 10 a 16: 7 números com 2 dígitos, 14 dígitos.

No total, $10 + 14 = 24$ dígitos.

A posição de 171 é 24.

• número 321 aparece na primeira vez escrevendo 132 e depois 133.

0 a 9: 10 dígitos;

de 10 a 99: $90 \times 2 = 180$ dígitos;

de 100 a 131: $32 \times 3 = 96$ dígitos

Com o número 1 de 132, obtemos um total de 287 dígitos.

A posição de 321 é 287.

• O número 2019 aparece pela primeira vez escrevendo 1920 e depois 1921.

0 a 99: 190 dígitos; de 100 a 999: $900 \times 3 = 2700$ dígitos;

de 1000 a 1919: $920 \times 4 = 3680$ dígitos.

Com os números 1 e 9 de 1920, obtemos em todos os 6572 números.

A posição de 2019 é 6572.



Questão 8

Tref medieval

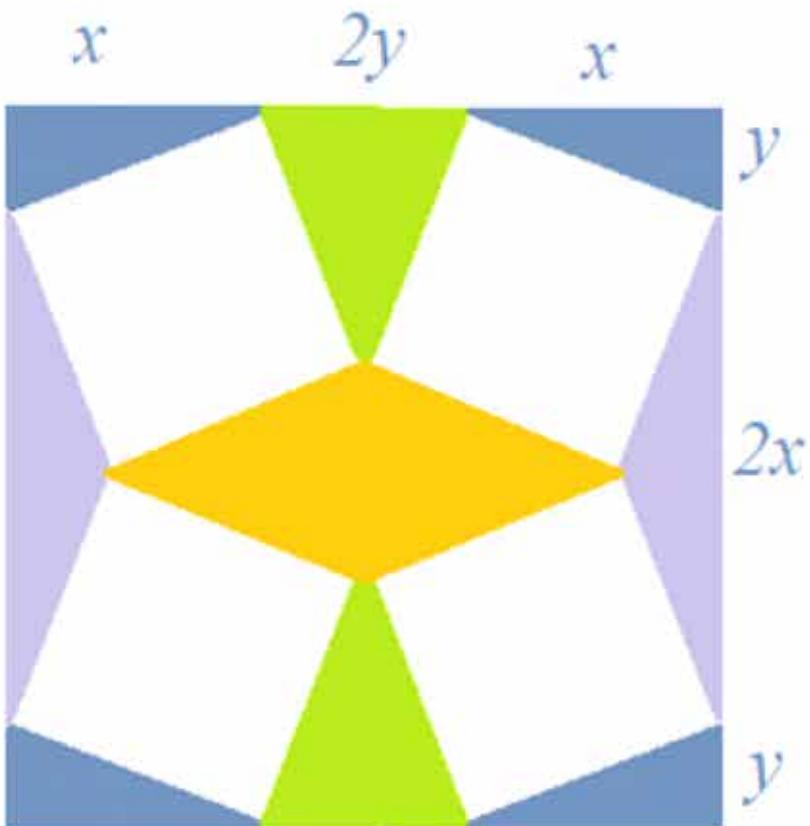
Para o raio r da área de base, temos $r = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30$ (Pitágoras)

$$2\pi \times 30 \approx 188,496 \text{ e } 188\frac{4}{7} \approx 188,571$$

$188\frac{4}{7}$ representa um valor aproximado da circunferência do círculo base

Questão 9

Quadratum



$$x \left[\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right) + \frac{\pi}{2} \right] = \pi$$

$$I_n^2 = U_{k_n}^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{x_c} - \frac{1}{x_n} \right)^2 \right]$$

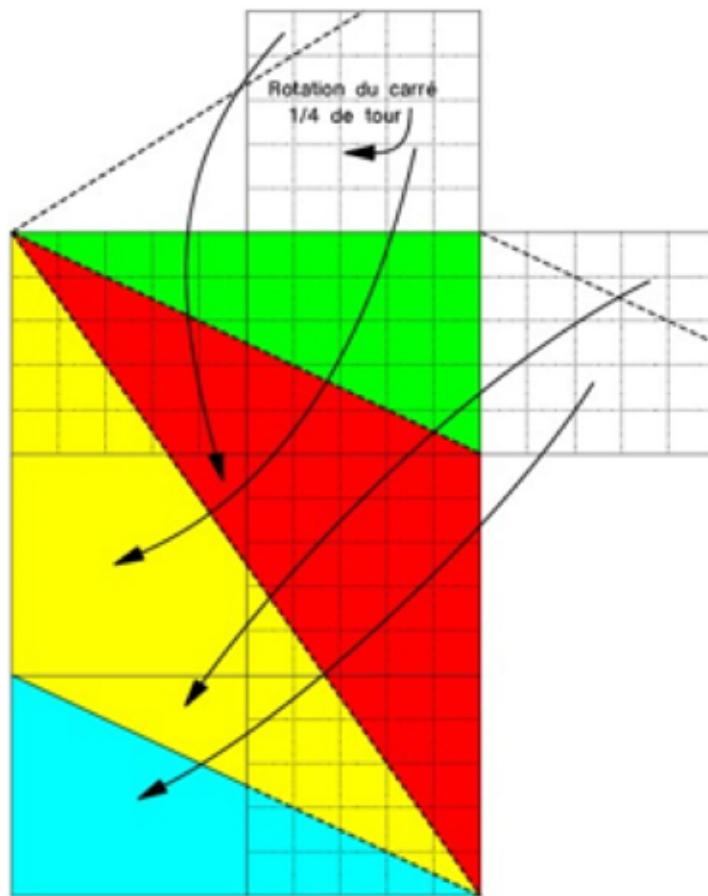
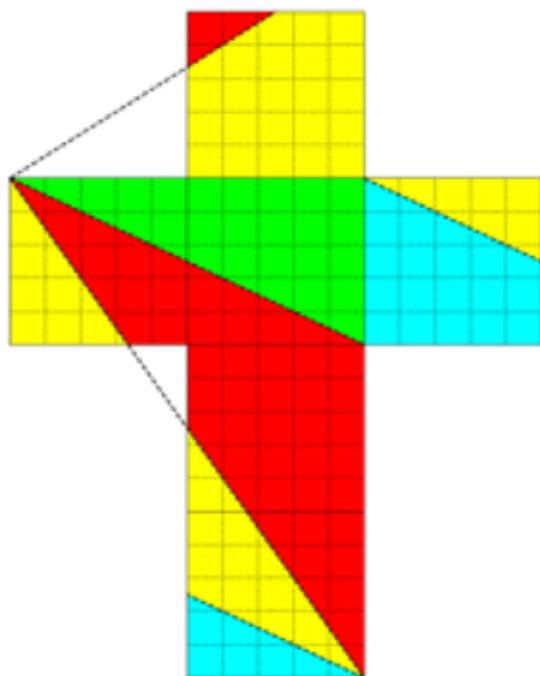
$$\sum M_n^2 d\tau = \frac{2}{h^2 L^2}$$

$$F = mc^2$$

Questão 10

Tetra-ordinário

Uma das soluções possíveis



Questão 11

Subindo com pressa!

Subindo mais 4 degraus que Delphine, Jean ganhou 2 segundos.

Um passeio leva 0,5 segundos para ocupar o lugar do anterior.

Seja N o número visível de etapas:

$$0,5(N - 20) = 10 \text{ onde } N = 40 \text{ (situação de Jean)}$$

Encontramos o mesmo resultado para a situação de Delphine: $0,5(N - 16) = 12$, portanto, $N = 40$.

A escada rolante tem 40 degraus visíveis. Nota: há outras maneiras de resolução.



Questão 12

Quadrilat-área

Volume do aquário: $50 \times 25 \times 40 = 50.000 \text{ cm}^3$

Volume restante não preenchido após a inclinação: $25 \times 25 \times 50 \times 2 = 15\,625 \text{ cm}^3$

O volume de água é igual a: $50\,000 - 15\,625 = 34\,375 \text{ cm}^3$

Se colocarmos o aquário na horizontal, o nível da água é: $34\,375 \div (25 \times 50) = 27,5 \text{ cm}$

A altura da água no aquário é de 27,5 cm

Questão 13

Subindo com pressa!

Os triângulos IAH e IDH têm a mesma área, isto é, (triângulos com a mesma base e mesma altura), a

Os triângulos IAE e IBE têm a mesma área, ie b, (mesma razão)

Os triângulos IBF e ICF têm a mesma área, ie c, (mesma razão)

Os triângulos ICG e IDG têm a mesma área, ou seja, d (mesma razão)

A área de IGDH é igual a: a + d

Ou $a + d = \text{área(IHAE)} + \text{área(IEBF)} + \text{área(IFCG)} - 2c - 2b$

$$= \text{área (IHAE)} + \text{área(IEBF)} + \text{área(IFCG)} - 2(c + b)$$

$$= 165 + 115 + 175 - 2$$

$$= 165 + 115 + 175 - 2 \times 115 = 225$$

A área do IGDH quadrilateral é igual a 225 cm^2 .