Olimpíada Internacional Matemática Sem Fronteiras 2018

Nível Jr Sr

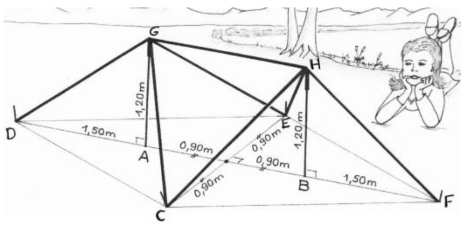
Questão 1 – Língua estrangeira

- A solução mais sensata é:
- Aline e Pierre fazem um passeio em 2 min;
- Pierre (ou Aline) faz um retorno em 2 min;
- os três desajeitados (Hélène, Zoé e Jules) cruzam em 8 min;
- Aline (ou Pierre) volta em 2 min;
- e Pierre e Aline voltam em 2 min.
- Vai levar pelo menos 16 minutos para todos os amigos atravessarem o rio.

Questão 2 – Construção

No centro: 1 cubo vermelho de 5 g.
Em torno do cubo vermelho: 26 (ou seja, 27 - 1) cubos azuis de 8 g ou massa 208 g.
Em torno da criação anterior, existem 98 (125 - 27) cubos amarelos de 12 g ou 1176 g.
No total 5 + 208 + 1,176 = 1,389 g. A massa da construção realizada é de 1.389 g.

Questão 3 – Vivac



Para a solução, usamos essencialmente o teorema de Pitágoras, as medidas estão em cm:

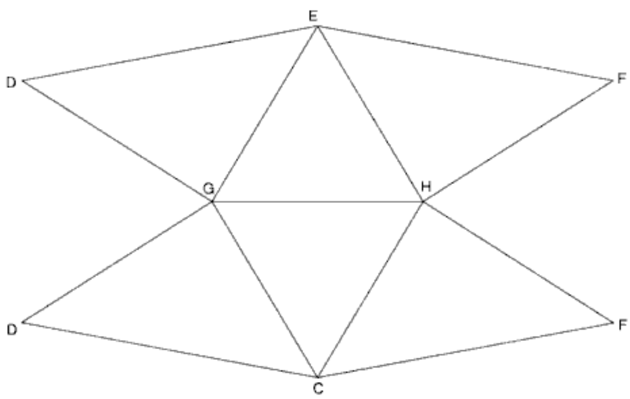
[BC] hipotenusa do triângulo CMB, BC = $\sqrt{90^2+90^2}=\sqrt{16\,200}$

[HC] hipotenusa do triângulo HBC, HC = $\sqrt{120^2+16\,200}=\sqrt{30\,600}$ e HC = GC = GE = HE.

[HF] hipotenusa do triângulo HBF, HF = $\sqrt{90^2+150^2}=\sqrt{36\,900}\approx 192{,}1$ e HF = DG.

[CF], hipotenusa do triângulo CMF, CF = $\sqrt{90^2+(90+150)^2}=\sqrt{65\,700}\approx 256{,}3$, CF = DC = DE = EF.

Abaixo segue o padrão a ser utilizado(fora de escala):
Na realidade, no padrão GH = 6 cm;
HC = GC = GE = HE 5,8 cm;
HF = DG ≈ 6,4 cm
CF = DC = DE = EF 8,5 cm



Questão 4 – Incubadora

A dificuldade do exercício é descobrir por onde começar.

Por exemplo: na primeira coluna, as três lâmpadas podem ocupar apenas 4 lugares e não sete. De acordo com as escolhas da primeira coluna, o único aquecedor da segunda coluna tem apenas duas posições possíveis, e os três aquecedores da terceira coluna são forçados a colocar corretamente os aquecedores das duas primeiras colunas.

	3	1	3	1	2	2	1	2
3		↓	P	←		→	P	
1		P				P	P	←
2			→	P		↑		
1	→	P			P			
3			→	P	↑			↓
1	↓		P					P
1	P		↑				P	
3	→	P		P	←		↑	

Un petit raisonnement de départ :
Moins un nombre a de chiffres, plus il est petit, même si ses chiffres sont grands. Il faut donc chercher des nombres qui se terminent par un certain nombre de 9, précédés du chiffre dont la valeur manque pour arriver au total à atteindre.

Pour 12 (12= 9+3), **on trouve 39**.
Pour 38 (38 = 9×4+2), **on trouve 29 999.**
Pour 2018 (2018 = 224×9 + 2), **on trouve 2 suivi de 224 fois le 9.**

Questão 5 – Sominhas

Um pequeno raciocínio de partida:
Quanto menor forem os algarismos de um número, menor ele será, o mesmo no caso dos algarismos maiores. Devemos, portanto, procurar números que terminem em 9, precedidos pelo número cujo valor está faltando para chegar ao total a ser atingido.
Para 12 (12 = 9 + 3), encontramos 39.
Para 38 (38 = 9 × 4 + 2), existem 29.999.
Para 2018 (2018 = 224 × 9 + 2), há 2 seguidos por 224 vezes o algarismo 9.

Questão 6 – Cortinas

Aqui está uma solução:

1, 2, 3, 4 e 5 são visíveis no desenho.
Para outras combinações, podemos encontrar facilmente:
6 = 1 + 5; 7 = 4 + 3; 8 = 2 + 1 + 5; 9 = 5 + 4 e 10 = 1 + 5 + 4.

Questão 7 – Hectógono

A soma dos ângulos das rotações devem ser de 360 °, portanto, giraremos 3,6 ° em cada vértice.
Como o hectógono será comparado a um círculo, seu perímetro será de aproximadamente 62,8 cm ($2\pi \times 10 \approx 62{,}8$ cm = 628mm) , obrigando o robô a percorrer 100 passos de 6,28 mm.

Daí a ordem para o nosso robô:
Repita 100 vezes [Mova 6,28 mm, depois vire à esquerda em 3,6 °]
Assim, obteremos um hectógono cujos vértices estão quase dispostos em um círculo de raio de 10 cm.

Questão 8 – No coração do esforço

A tabela é preenchida com fcr e, em seguida, E. E / fcr é calculado como 0,6; 0,7 e 0,8 ...

Nom	Fréq. repos	Fréq. max	fcr		Fréq. Mes.	E=f.mes. –f.rep.	E/fcr	Tipo de Esforço
Marc	60	180	120		108	48	0,4	Esforço Recu
Luc	65	175	110		155	90	0,81	Anaeróbico
Matthieu	70	170	100		135	65	0,65	Esforço básico
Jean	80	162	82		142	62	0,76	Esforço Atv

De onde se obtém o seguinte resultado:

O esforço de Luc é anaeróbico; o de Matthew é do tipo de resistência básica e o esforço de Jean é do tipo de resistência ativa.

Questão 9 – Screenshot

A equação da situação parece bastante fácil e judiciosa:
Com um número de litros L, a situação resulta em: 1,032 L - L = 1.
Isto dá um valor de L igual a 1 / 0,032 ou 31,25 litros.

Daí a exibição da bomba:

<table>
<tr><td>0</td><td>3</td><td>2</td><td>,</td><td>2</td><td>5</td><td>€</td></tr>
<tr><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>,</td><td>2</td><td>5</td><td>L</td></tr>
<tr><td colspan="7">1,032 €/L</td></tr>
</table>

Com truncamento ou arredondamento (bastante necessário), não é uma solução
mas um conjunto de soluções ... bem complexo (dependendo de como a tela é executada).
Pela óptica do "truncamento em 10^{-2}", temos pelo menos uma solução para o volume
o intervalo [31,25; 31,56]. Com efeito: 1,032 × 31,25 -31,25 = 1,0000 e 1,032 × 31,56-31,56 = 1,00992

Questão 10 – Alguém

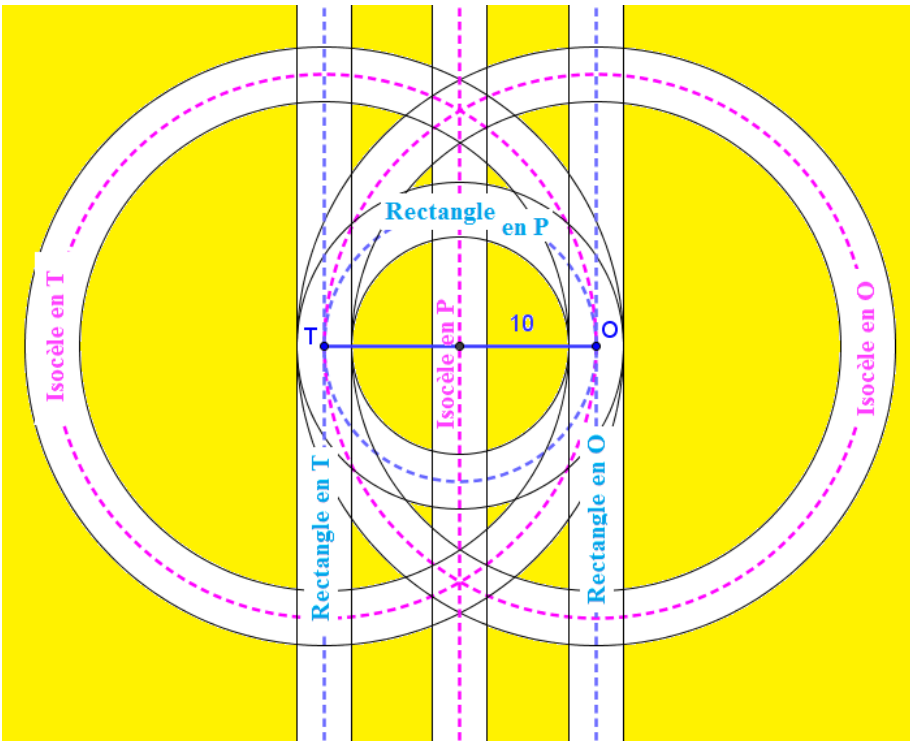
O conjunto de pontos P tal que TOP é isósceles em P é a mediatriz de [TO].

O conjunto de pontos P tal que TOP é isósceles em T é o círculo do centro T e raio [TO].

O conjunto de pontos P tal que o triângulo TOP é retângulo em P é o círculo de diâmetro [TO].

Etc.

Então encontramos todos os pontos que estão a uma distância de menos de 1 cm desses lugares ... e colorimos o que é pedido!



Questão 11 – Esquadro Horário

Uma explicação entre outras:
Entre o meio dia e a meia-noite, o ponteiro maior completa 12 voltas completas e o pequeno apenas uma. Um observador sentado no ponteiro menor que não cuida do mostrador veria o ponteiro maior fazer 11 voltas completas em comparação com o ponteiro e durante este movimento forma 11 vezes um ângulo de 90º e 11 vezes um ângulo de 270° com o ponteiro menor, isto é, 22 ângulos retos no total.

Entre o meio dia e a meia noite os dois ponteiros formam 22 vezes um ângulo reto.

Questão 12 - Baú cheio

Imagine que há uma bola na caixa. Se adicionarmos outra bola, a altura total aumenta em h ; então ela tem $17 + h$.

$h = \sqrt{17^2 - 13^2} = \sqrt{120} \approx 10{,}95$ cm

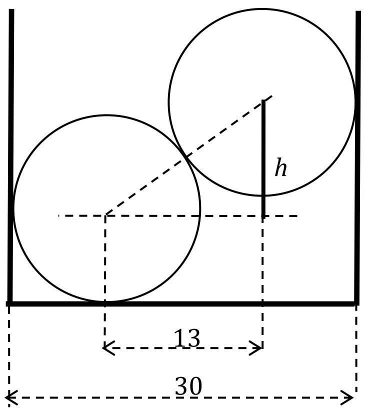
Exemplo: Com 3 bolas, a altura total é $17 + 2\sqrt{120} = 17 + 4\sqrt{30} \approx 38{,}91$ cm

Podemos encontrar a solução por tentativas ou com o auxílio da inequação:

$17 + 2(n-1)\sqrt{30} \leqslant 100$ onde n é o número de balões.

Como n é um inteiro, encontramos n = 8.

Resposta : No porta-malas há espaço para 8 bolas no máximo.



Questão 13 – Quadratura de Marte

Soit □ l'angle $\widehat{TST'}$ et □ l'angle $\widehat{MSM'}$ (*M* et *T* positions au 14/7 ; *M'* et *T'* positions au 28/10)

$$\frac{360}{365} = \frac{\alpha}{106} \quad \text{et} \quad \frac{360}{687} = \frac{\beta}{106} \qquad \cos(\alpha - \beta) = \frac{ST'}{M'S}$$

$$M'S = MS = \frac{ST'}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{ST}{\cos(\alpha - \beta)} \approx 228 \times 10^6$$

A distância aproximada entre Marte e o Sol é de 228.000.000 km.