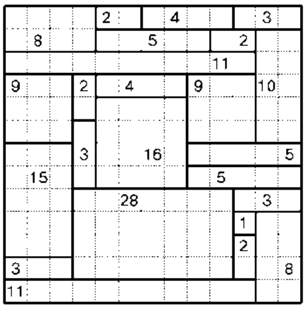
Edição 2017 – Gabarito Jr/Sr

Q 1 – Língua Estrangeira - 7 pontos

N designa o número de cadeiras por fila. A sala de reuniões tem cadeiras, portanto, 9n.
Na primeira conferência, há dois terços de cadeiras ocupadas são 6n.
Na segunda conferência, três quartos dos participantes inscritos, são 4,5N cadeiras serão ocupadas.
Ele permitirá que cinco linhas completa para que cada participante tem a segunda cadeira conferência.

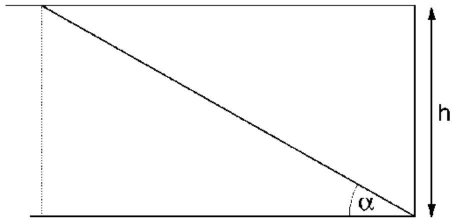
Q 2 – *Shikaku* - 5 pontos



Uma pequena observação é necessária.
Pode notar-se que o retângulo contendo 1 já está definido, e o recipiente 11 só pode ser um retângulo longo horizontal. Então você pode continuar pelo retângulo contendo 8, que está localizado no canto inferior direito.
Quando iniciado, o exercício torna-se divertido.

Q 3 – *Muitas Voltas* - 7 pontos

Um paradoxo interessante. Quando imaginou "lugar" fitas para colocá-las plano, o mesmo ânguloα e a mesma altura h determinar o mesmo comprimento da fita que faz várias voltas de uma coluna estreita ou algumas voltas em uma columa mais larga, ou menos de um passeio em um muito grande pilar.
Se colocarmos a fita mantendo o ângulo α, deve sempre chegar a altura h, por conseguinte, tem um comprimento = h / sin (α) independentemente do diâmetro da coluna.



Tem o mesmo comprimento de fita qualquer que seja o diâmetro da coluna, uma vez que a altura seja a mesma.

Q 4 – *Sagrada Familia* - 5 pontos

A soma das linhas e colunas é constante, o que já são duas possibilidades. Como a soma da diagonal também é constante, podemos encontrar uma terceira possibilidade. Os quatro quadrados em cada canto, provavelmente, também facilmente encontrado, e o total de 33 dos 4 quadrados centrais irá fornecer outras oportunidades. Aqui estão alguns:
Há muitos outros ...

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

Q 5 – *Perseguição* - 7 pontos

O carro deve viajar 7,20 m (2,50 + 4,70) enquanto o caminhão viaja 18 metros (20 – 2) a 90 km/h.

Sua velocidade mínima deve ser igual a : $\frac{7,20}{v} = \frac{18}{90}$ se $v = \frac{7,20 \times 90}{18} = 36$.

A velocidade mínima será de 36 km / h.

Q 6 – *A lista de Simão* - 5 pontos

Começamos por aplicação do algoritmo, obtendo sucessivamente: 3,2; 0,9; 8,1; 6,3; 2,7; 4,5; 0.9.
Ela cai em um número já obtido anteriormente. De lá, o resultado será periódica de período 5.
O número 38 da lista vai ser o mesmo que o terceiro é 8,1.
O número 2017 na lista vai ser o mesmo que o segundo, 0,9.

Q 7 – *Cuboctaedro* - 7 pontos

O cuboctaedro como muitos cubos tem suas faces um quadrado, ao todo são (6), e as faces triangulares (8), tanto quanto o cubo de vértices . O número total de faces é 6 + 8 = 14.
Para contar as arestas, consideramos apenas as arestas das faces quadradas, uma vez que são comum a um quadrado e um triângulo de forma que há 6 x 4 = 24 arestas.
Seus vértices são todos colocados no meio de um lado do cubo, e cada aresta do cubo é um vértice do cuboctaedro, por conseguinte, o seu número é igual ao número de arestas do cubo, ou 12.
12 - 24 + 14 = 2, e a relação de Euler v - $\boldsymbol{a}$ + $\boldsymbol{f}$ = 2 é satisfeito.
Ao calcular o volume, o desenho sugere para calcular o volume do cubo que é subtraído o volume de oito cantos cortados tetraedros:

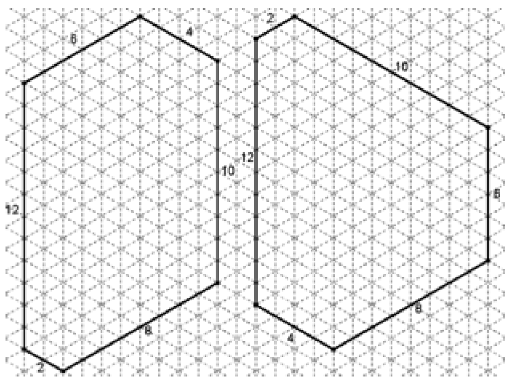
V = $c^3 - 8 \times \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2} \times \frac{c}{2}\right) \times \frac{c}{2}\right] = c^3 - \frac{c^3}{6} = \frac{5c^3}{6}$ **O volume do cubotaedro é igual a=** $\frac{5c^3}{6}$.

Q 8 – *Números ocultos* - 5 pontos

Os valores atribuídos a cada um dos vértices do tetraedro são, respectivamente, igual a:
abc, bcd, abd et acd.
O produto destas quatro valores é igual $(abcd)^3$ que é igual, diz o enunciado , em 27 000 = 30^3.
Deduzimos que : $abcd = 30 = 1 \times 2 \times 3 \times 5$.
Os quatro números procurados são 1; 2; 3 e 5.

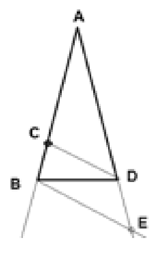
Q 9 – *Bolhas de sabão* - 7 pontos

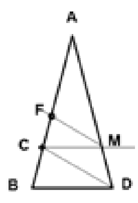
Note-se que dois lados opostos estão sempre paralelos (considerando os ângulos de 120 °).
Dai a simplificação tomando um papel de "triangulação".
Aqui encontro as duas soluções possíveis.



Q 10 – *Viva Tales* - 10 pontos

No triângulo ABE pelo teorema de Tales,
é : $\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{\text{AE}}{\text{AD}}$.
Como AB = AD = 1 , é obtido : $\frac{1}{\text{AC}}$ = AE.
Isso leva a um paralelo (BD) que passa através de C, que corta (AD) em M, e é transportado por uma paralela ao H (CD) que intersecta (AB) por F.
Enquanto AM = AC e Teorema de Tales:
$\frac{\text{AF}}{\text{AC}} = \frac{\text{AM}}{\text{AD}}$ ou seja $\frac{\text{AF}}{\text{AC}} = \frac{\text{AC}}{1}$ portanto AF = AC².
Observe que, se C e além de B, F vai além C, mas os laços permanecer fiel.

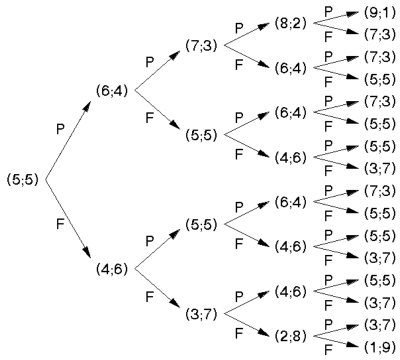




Olimpíada Internacional Mathématiques sans frontières

Questões apenas para o Ensino Médio

Q 11 – *Cara ou coroa* - 5 pontos



Uma árvore probabilidade presta-se bem a este tipo de situação. A Coroa(P) representa vitórias Piera e Cara (F) as vitórias de Frank . Os resultados dos sorteios são como binário (número de Piera doces; Frank muitos doces).
Vimos que Frank tem 5 chances de 16 para ter mais doces que Piera. É também claro que Piera tem a mesma chance como Frank para ganhar, mas a probabilidade de que nem vitórias é ainda mais forte, com 6 de 16 chances.

Q 12 – *Fatorial* - 7 pontos

Considere a decomposição 200!.
Ele é único e tem mais de 2 fatores que fatores 5, porque há muito mais inteiros pares que múltipla 5 abaixo de 200. Para tornar um fator de 10, deve consolidar um fator de 2 e um fator de 5. Uma vez que os fatores são 2 redundante, basta contar os 5 fatores.
Existem 40 múltiplos de 5 abaixo (ou igual a) 200, mas multiplos de 25 e 5, dois fatores . Estes são em número 8. E, em seguida, há também a 125 com três factores 5. 40 + 8 + 1 = 49. Podemos agrupar 49 vezes um fator de 2 e um fator de 5.
O número de zeros que completam o valor decimal de 200! é de 49.

Q 13 - Decibel

10 pontos

Aceitar a solução de 120 dB = 60 + 20 x 3 e, portanto, o número de smartphone = 2^{20} = 1 048 576.
Mas podemos usar a planilha abaixo nos dá ;

1 Smartphone	60dB
2	63
4	66
8	69
16	72
32	75
64	78
128	81
256	84
512	87
1024	90
2048	93
4096	96
8192	99
16384	102
32768	105
65536	108
131072	111
262144	114
524288	117
1048576	120

Olimpíada Internacional Mathématiques sans frontières