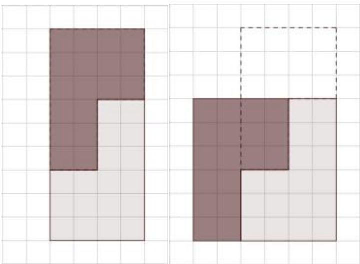
Olimpíada Internacional Mathématiques sans frontières

Edição 2016 – Gabarito Jr / Sr

Q1 – Língua Estrangeira – 7 pontos

Apenas uma criança não quer chocolate quente para que a resposta seja não. O Anatole não responde não, então ele quer um chocolate quente . Ele não sabe se Benjamin e Chloe quer , então ele responde: " Eu não sei . " Da mesma forma , Benjamin não responde não por isso ele quer um chocolate quente , mas ignora a resposta de Chloe. Ele diz: " Eu não sei . " Chloe, que quer um chocolate quente, entende a partir de suas respostas que dois irmãos queriam um também. Ela pode responder sim .

Q2 – Dança ao Quadrado – 5 pontos



Q4 - Lado a lado – 5 pontos

D 5	D 1	D 2	D 6	A 6	A 5	A 1	A 2
B 5	B 1	B 2	B 6	C 6	C 5	C 1	C 2
B 8	B 4	B 3	B 7	C 7	C 8	C 4	C 3
A 8	A 4	A 3	A 7	D 7	D 8	D 4	D 3

Exercice 3 – Resultados ! – 7 pontos

"Os boleiros" marcaram mais gols do que sofreram. Isso significa que não houve empate.

"Os reis da bola" não marcaram nenhum gol, e isso significa que ele não ganhou nenhum jogo. Deduzimos um 0-0 na partida com o os goleadores.
"Os goleadores" ganhou dos boleiros por 2-1 etc.

Equipe	Número de vitórias	Número de empates	Número de derrotas	Número de gols marcados	Número de gols sofridos
Les Flots bleus	1	0	1	3	2
L'Étoile de Mer	0	1	1	0	2
La Sapinière	1	1	0	2	1

Q5 – Algoritmo – 7 pontos

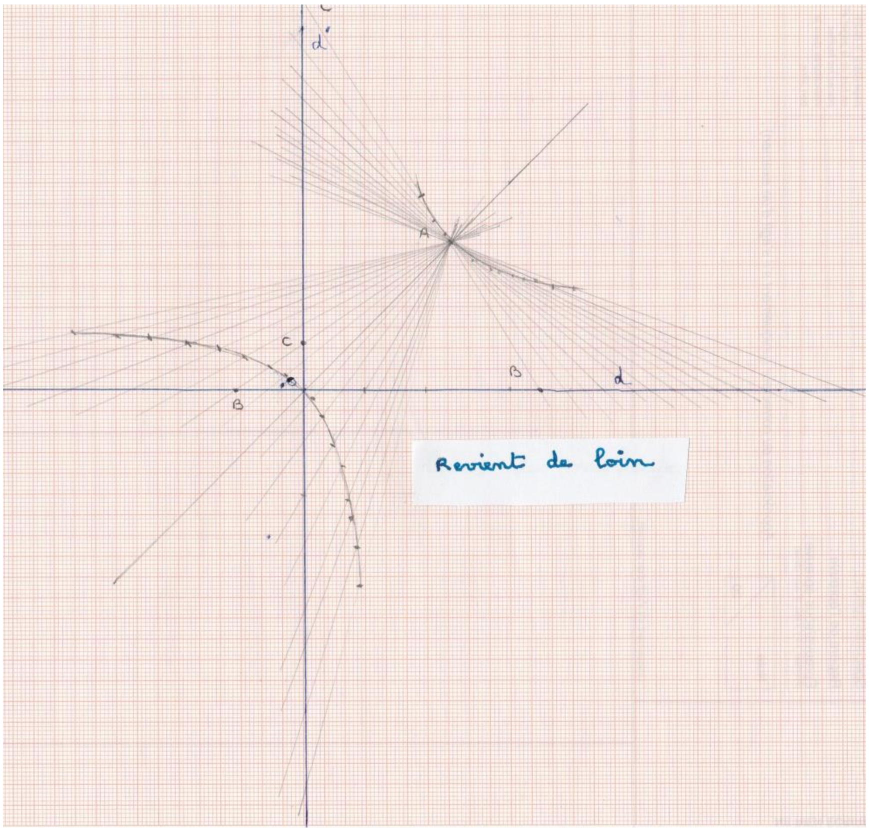
Considerando-se a soma dos números escolhidos, essa soma diminui por um em cada passo.
Inicialmente é a soma 1 + 2 + 3 + ... + 10 = 55. No final dos passos 9 a ela, permanece apenas um número escrito, a quantidade é de 55-9 = 46.
Com os números de 1 a 100, o número obtido no final é: (1 + 2 + 3 + ... + 100) - 99 = 4951 = 5050-99.

Q6 - *Beijos e apertos de mão* – 5 pontos

Se contarmos os apertos de mão entre professores e estudantes (3 x 24 = 72), restarão (118-72 =) 46 apertos de mão tanto entre professores (homens e mulheres) como entre os garotos. Por tentativa e erro, pode-se chegar à solução da questão. Por exemplo, para o caso de 9 garotos tem-se que: 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36 apertos de mão, dos quais 10 apertos de mão seriam dos professores, o que não é possível. Portante, conclui-se que há mais garotos! Tentando agora para 10 garotos, obtem-se 45 apertos de mãos, restando apenas 1 para os professores. Conclui-se, portante, que há dois professores.

Resposta : participaram 14 meninas e uma professora desta viagem.

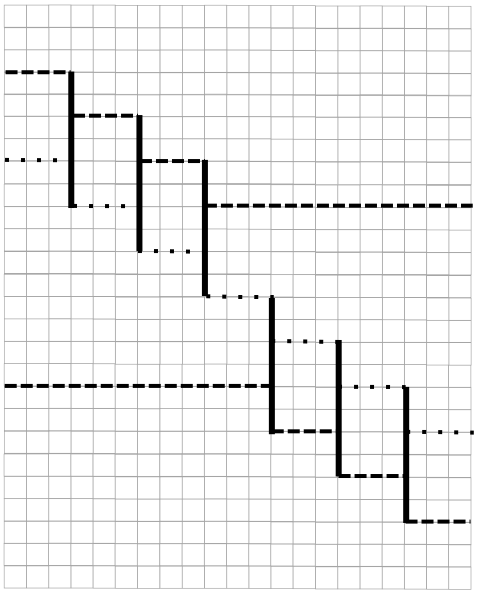
Q7 – Atrás da curva – 7 pontos



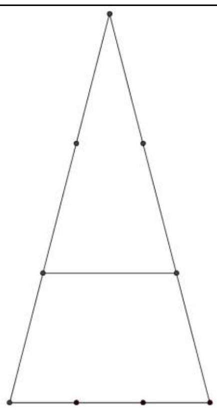
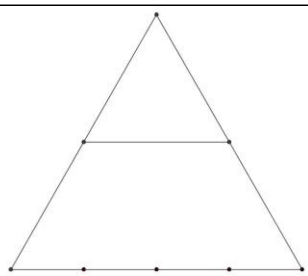
Nota: A curva é uma hipérbole.

Q8 – *Kirigami* – 5 pontos

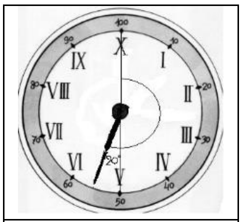
dobre para trás na linha tracejada (-----) depois dobre para a frente sobre a linha pontilhada (.....) e corte ao longo das linhas sólidas (_____).



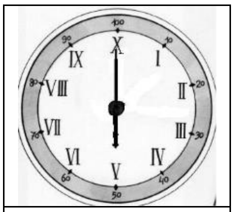
Q9 – Pirâmide – 7 pontos

Face lateral		
	$b = 3\times 8 = 24$ et $a = 3\times 4 = 12$	$b = 2\times 8 = 16$ et $a = 4\times 4 = 16$
Altura da Pirâmide	$\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}} = \sqrt{24^2-\frac{12^2}{2}} = \sqrt{504} = 6\sqrt{14} \approx 22,4$	$\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}} = \sqrt{16^2-\frac{16^2}{2}} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \approx 11,3$

Q10 – Palmas para a revolução – 10 pontos


Relógio à 13h20

Às 12 horas o ponteiro menor já percorreu metade do mostrador do relógio, portanto estará apontando o número 5 do relógio « revolucionário » e o ponteiro maior estará apontando o número 10.
Para indicar 13h20min, significa que terão se passado 1h30 além das 12h, tempo equivalente a $\frac{1}{18}$ do dia; por consequência, a partir da hora « 5 », o ponteiro pequeno avançará $\frac{1}{18} \times 360^{\circ} = 20^{\circ}$.


Relógio ao meio-dia

Também podemos converter 1h20min em « minutes décimales », o que resulta $\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{72}\right) \times 10 \times 100 = \frac{1000}{18}$.

Portanto o ponteiro grande percorrerá um ângulo de $\frac{360 \times \frac{1000}{18}}{100} = 200^{\circ}$.

Questões para o Ensino Médio

Q11 – Duas peças – 5 pontos

Pode-se raciocinar considerando-se os volumes ou as áreas, uma vez que a altura é constante.
Se X for o comprimento do lado do quadrado da base do pedaço de poliestireno, as seguintes inequações são obtidas:

$x^2 - 400 < 400$ e $x^2 - 361 > 361$

De onde se pode concluir que x = 27 cm ou x 28 cm.

Q12 – Tudo igual - 7 pontos

Denominemos **x** o lado do pentágono e **A** o valor de sua área. Ao dividir este pentágono em cinco triângulos com vértice comum M sendo suas bases os lados do pentágono, obtemos:

$$A = \frac{x \times a}{2} + \frac{x \times b}{2} + \frac{x \times c}{2} + \frac{x \times d}{2} + \frac{x \times 2}{2} = \frac{x}{2}\,(a+b+c+d+e)$$

De onde se obtém que: $a + b + c + d + e = \frac{2 \times \mathrm{A}}{x}$.

Ao mover o ponto M, a área A e lado x são invariáveis,
Por conseguinte, **a soma (a + b + c + d + e) é constante qualquer que seja o ponto M.**

Q13 - Dobradura – 10 pontos

Aplicando-se o teorema de Pitágoras no pequeno triângulo colorido obtem-se: $x^2 + (1/4)^2 = (1 - x)^2$. Após o desenvolvimento e simplificação, obtemos: x = 15/32. Os dois triângulos coloridos são homotéticos, assim de acordo com o teorema de Thales: y / (3/4) = (1/4) / x , de onde calculamos : y = 2/5.

Esse resultado também pode ser obtido a partir do cálculo das tangentes dos ângulos congruentes.

Para se obter o 1/5 do lado da folha, apenas dobre-o o lado y ao meio. **Nota**: É relativamente fácil para generalizar o cálculo a partir de 1 / N para obter por dobradura fração de 1 / (N + 1)